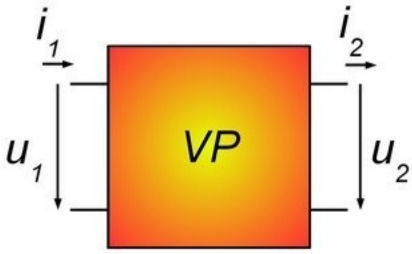
Fachhochschule
Münster University of
Applied Sciences

Angepasste Vierpole

Hier lernen Sie, was es für einen Vierpol heißt, angepasst zu sein, und warum er dies mit seinem charakteristischen Widerstand Z_0 ist.

Fachbereich Elektrotechnik oder Informatik
Elektroniklabor
Prof. Dr. Martin Poppe

Das Eingangsverhältnis von Spannung und Strom nennt man Eingangsimpedanz: $Z_{ein}=u_1/i_1$, ausgangsseitig spricht man von Ausgangsimpedanz $Z_{aus}=u_2/i_2$.
Wird ein Vierpol am Ausgang kurzgeschlossen, so ist die Ausgangsimpedanz Null: $Z_{aus}^{Kurzschluss}=0$, wird der Ausgang gar nicht angeschlossen, so spricht man von Leerlauf und der Ausgangsstrom ist Null: $1/Z_{aus}^{Leerlauf}=0$.



Natürlich hängt die Eingangsimpedanz davon ab, wie stark der Ausgang belastet ist. Ebenso klar ist, dass Kurzschluss und Leerlauf am Ausgang auch für den Eingang die Extremfälle darstellen. Die komplette Abkehr vom Extrem heißt auch in der Vierpoltheorie Anpassung. Denn Anpassung beschreibt jenen Fall, in dem Eingangsimpedanz und Ausgangsimpedanz genau gleich groß sind. Da die Ausgangsimpedanz beliebige Werte zwischen Null und unendlich annehmen kann, kann man für jeden Vierpol eine Anpassung finden. Entsprechend gibt es für jeden Vierpol genau einen Widerstand, für den gilt $Z_{ein}=Z_{aus}$. Diesen kann man als Charakteristikum des Vierpols ansehen. Er heißt daher charakteristischer Widerstand, oder (entsprechend einer Bedeutung, die sich in der HF-Technik ergibt) Wellenwiderstand.

Definition: *Der Charakteristische Widerstand eines Vierpols ist derjenige komplexe Widerstand Z_0, den man ausgangsseitig an einen Vierpol anschließen muss, um eingangsseitig genau die gleiche Impedanz zu erhalten:* $Z_0=u_1/i_1=u_2/i_2$.

Berechnung für symmetrische Vierpole: Für symmetrische Vierpole lässt sich der charakteristische Widerstand leicht aus der Kettenparameter Matrix bestimmen.
Ganz allgemein gilt zunächst $\begin{pmatrix}u_1\\ i_1\end{pmatrix}=A\cdot\begin{pmatrix}u_2\\ i_2\end{pmatrix}$, also bei Anpassung $\begin{pmatrix}Z_0 i_1\\ i_1\end{pmatrix}=A\cdot\begin{pmatrix}Z_0 i_2\\ i_2\end{pmatrix}$.
Diese Matrixgleichung ist zwei linearen Gleichungen, in denen i_1 und i_2 die Unbekannten sind, äquivalent. Eliminiert man hieraus i_1, so fällt interessanter Weise auch i_2 heraus. Man erhält $A_{11}Z_0+A_{12}=A_{21}Z_0^2+A_{22}Z_0$.

Ist der Vierpol symmetrisch, so gilt $A_{11}=A_{22}$ und die Hälfte der Terme fällt weg. Der Rest kann leicht nach Z_0 aufgelöst werden. So erhält man das Endergebnis:

Der charakteristische Widerstand eines symmetrischen Vierpols errechnet sich aus den Elementen der Kettenparameter Matrix gemäß $Z_0=\sqrt{A_{12}/A_{21}}$